27. Теоремы о связи равновесий Нэша и строгих равновесий с устойчивыми точками модели динамики репликаторов.

$G =< J, f_j(\pi, N), j \in J, \pi \in \Pi, N \geq 0 >$ - популяционная игра.

$f_j(\pi, \omega)$ - выигрыш игроков, использующих стратегию j, π - распределение по стратегиям, N - общая численность популяции.

$N_j(t+1) = N_j(t) f_j(\pi(t), N(t))$ - динамика такой популяции.

Состояние системы в каждый период полностью хар-ся вектором $\overline{N}(t) = (N_j(t))_{j \in J}$, по которому однозначно определяется распределение по стратегиям $\pi(t) = (\pi_j(t) = \frac{N_j(t)}{N(t)})_{j \in J}$.

$N_s = \pi_s N$ - численное использование стратегии s.

(*) $N_s(t+1) = N_s(t) f_s(\pi(t), N(t)), t = 1, 2, ...$, где $f_s(\pi, N) = fer_s(\pi, N) + \nu_s(\pi, N)$ - функция приспособленности стратегии s.

Теорема 3.1 (о связи р. Нэша и уст. точек МДР). $\sqsupset$ f_s разложима: $f_s(\pi, \omega) = a(\pi, \omega)\overline{f}_s(\pi) + b(\pi, \omega), a(\pi, \omega) \geq 0 \Rightarrow$

1) $\forall$ уст. по Ляпунову распределение π^* системы (*) является р. по Нэшу популяционной игры $\overline{G} =< S, \overline{f}_s(\pi), s \in S, \pi \in \Pi >$

2) если начальное распределение $\overline{N}(0) > 0$ и для траектории $\{\overline{N}(t)\}$ $\exists \lim\limits_{t \to \infty} \pi(t, \overline{N}(0)) = \pi^*$, то π^* является р. Нэша указанной популяционной игры.

Теорема 3.2 (об асимптотически уст. ЭУС). Пусть в усл. т. 3.1 π^* - ЭУС для игры $\overline{G} \Rightarrow \pi^*$ - асимптотически уст. распределение системы (*).

Теорема 3.3 (о связи множеств доминирующих стратегий с динамикой поведения). Пусть S - множество строго доминирующих стратегий в игре $G' =< S, ln\overline{f}_s(\pi), s \in S, \pi \in \Pi >$. Тогда для $\forall s \in S$ и $\forall \overline{N}(0) > 0$ $\lim\limits_{t \to \infty} \pi_s(t, \overline{N}(0)) = 0$ на соответствующей траектории системы (*).